

Gondolkodási és megismerési módszerek

11. osztály – Matematika 4333

Sorbarendezések, kiválasztás és sorbarendezés, kiválasztások, binomiális együtthatók, mintavételi eljárások, gráfelméleti alapfogalmak és alkalmazásuk

1. Egy futóverseny döntőjébe hat versenyző jutott, jelöljük őket A, B, C, D, E és F betűvel. A cél előtt pár méterrel már látható, hogy C biztosan utolsó lesz, továbbá az is biztos, hogy B és D osztozik majd az első két helyen. Hányféleképpen alakulhat a hat versenyző sorrendje a célban, ha nincs holtverseny?
2. A biliárdjáték megkezdésekor az asztalon 15 darab azonos méretű, különböző színezésű biliárdgolyót helyezünk el háromszög alakban úgy, hogy az első sorban 5 golyó legyen, a másodikban 4, a következőkben pedig 3, 2 illetve 1 golyó. (A golyók elhelyezésére vonatkozó egyéb szabályoktól tekintsünk el.)
 - a. Hányféleképpen lehet kiválasztani a 15-ből azt az 5 golyót, amelyet majd az első sorban helyezünk el? (Az 5 golyó sorrendjét nem vesszük figyelembe.)
 - b. Hányféle különböző módon lehet az első két sort kirakni, ha a 9 golyó sorrendjét is figyelembe vesszük?
3.
 - a. Hány olyan négy különböző számjegyből álló négyjegyű számot tudunk készíteni, amelynek mindegyik számjegye eleme az $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ halmaznak?
 - b. Hány 4-gyel osztható hétjegyű szám alkotható az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből?
 - c. Hány olyan hatjegyű, hárommal osztható szám írható fel, amely csak az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyeket tartalmazza, és e számjegyek mindegyike legalább egyszer előfordul benne?
4. András, Balázs, Cili, Dóra és Enikő elhatározzák, hogy sorsolással döntenek arról, hogy közülük ki kinek készít ajándékot. Úgy tervezték, hogy a neveket ráírják egy-egy papírcetlire, majd a lefelé fordított öt cédulát összekeverik, végül egy sorban egymás mellé leteszik azokat



az asztalra. Ezután, keresztnévük szerinti névsorban haladva egymás után vesznek el egy-egy cédulát úgy, hogy a soron következő mindig a bal szélső cédulát veszi el.

- a. Mennyi a valószínűsége, hogy az elsőnek húzó Andrásnak a saját neve jut?
- b. Írd fel az összes olyan sorsolás eredményét, amelyben csak Enikőnek jut a saját neve! Válaszod foglald olyan táblázatba, amelynek soraiban az asztalon levő cédulák megfelelő sorrendje szerepel.
- c. Az ajándékok átadása után mind az öten moziba mentek, és a nézőtéren egymás mellett foglaltak helyet. Hány különböző módon kerülhetett erre sor, ha tudjuk, hogy a két fiú nem ült egymás mellett?

5. Mennyi különböző ülésrendben ültethetünk le 6 főt egy

- a. egyenes asztal mellé;
- b. kör alakú asztal köré, ha az adott körüljárás szerinti szomszédságot vesszük figyelembe;
- c. kör alakú asztal köré, ha csak a szomszédokat vesszük figyelembe, de azt nem, hogy jobb vagy bal oldaliak?

6. 52 lapos francia kártyacsomagból leosztunk négy lapot.

- a. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?
- b. Hány olyan leosztás van, amelyikben benne van a kör dáma?
- c. Hány darab, legalább egy dámát tartalmazó különböző leosztás lehetséges?



7. Mennyi különböző nyertes hatoslottó szelvényt tölthetünk ki? (A hatoslottón 45 számból kell bejelölni 6-ot, és három találattól fizet nyereményt.)

8. Van két dobozunk. Az egyikben 0-től 9-ig számozott cédulák vannak, a másikban pedig két 1-es, két 3-as és négy 6-os számjegyet tartalmazó cédula. Először a második dobozból egymás után kihúzzuk az összes cédulát, majd az elsőből ötöt húzunk úgy, hogy a cédulákat visszatesszük a dobozba. Az így kapott számokat egymás mellé írjuk. Hányféle páros számot kaphatunk így?

9. Anna a biológia és kémia érettségi szóbeli vizsgájára készül. Biológiából 25, kémiából 28 tételt kell megtanulnia. Az első napra mindkét tárgyból 3-3 tételt szeretne kiválasztani, majd a kiválasztott tételeket sorba állítani úgy, hogy a két tantárgy tételei felváltva kövessék egymást. Számítsd ki, hogy hányféleképpen állíthatja össze Anna az első napra szóló tanulási programját!

10. Minőségellenőrzésnél azt tapasztaljuk, hogy 500 db termék közül általában 3% selejtes. Visszatevés nélküli mintavétellel kihúzunk belőlük tizenkettő darabot. Hány esetben lesz a kihúzottak közül
- a. mind selejtes;
 - b. mind jó;
 - c. pontosan négy selejtes;
 - d. legfeljebb négy selejtes?
11. Egy focicsapat 11 játékosa megérkezik az edzésre, néhányan kezet fognak egymással. (Két játékos között legfeljebb egy kézfogás történik.) Az edző felírta, hogy ki hányszor fogott kezet, és a következő számokat kapta: 0; 1; 2; 2; 2; 5; 0; 0; 4; 4; 2.
- a. Ábrázold a kézfogásoknak egy lehetséges gráfját, ahol a pontok a játékosokat jelölik, és két pont között akkor van él, ha az illetők kezet fogtak az edzés előtt!
 - b. Hány kézfogás történt összesen?
12. Egy teniszkupán tíz ember vett részt, jelölje őket A, B, C, D, E, F, G, H, I, J. Eddig a következő mérkőzéseket játszották le: A-B, B-D, E-F, G-A, H-B, I-A, I-F, C-D, D-F.
- a. Ábrázold a lejátszott mérkőzéseket gráffal.
 - b. Hány mérkőzés van még a versenyből hátra, ha mindenki mindenkivel egyszer játszik?
 - c. Az összes mérkőzés hány százalékát játszották már le?
13. Egy iskola asztalitenisz bajnokságán hat tanuló vesz részt. Mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszik. Eddig Andi egy mérkőzést játszott, Barnabás és Csaba kettőt-kettőt, Dani hármat, Enikő és Feri négyet-négyet.
- a. Rajzold le az eddig lejátszott mérkőzések egy lehetséges gráfját!
 - b. Lehetséges-e, hogy Andi az eddig lejátszott egyetlen mérkőzését Barnabással játszotta? (Igen válasz esetén rajzoljon egy megfelelő gráfot, nem válasz esetén választ részletesen indokolja!)